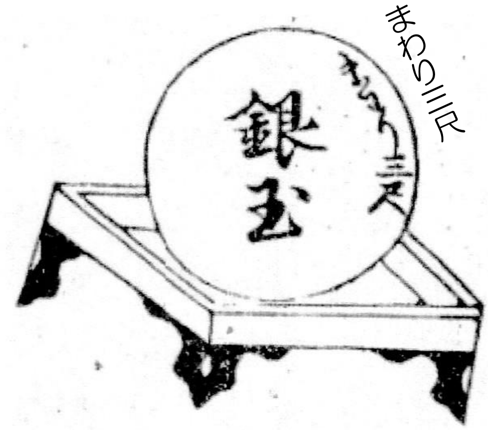
下巻・「第１６　開立円法」

はじめに

和算では、「開平法」「開立法」などの言葉が出てきます。この「開平法」は、平方根を求める方法ということです。そして「開立法」は、立方根を求める方法です。ここの「開立円法」は、立方体ではなく、球体を問題にしているところが特徴といえます。この球体をどう料理しているのか、探るのが楽しみです。

1. 原本提示

此玉ノおもさしるハ玉廻法三を以まハり三尺をわれハ指渡し壱尺有左右ニかくれハ一と成高一尺かくれハ一寸ノ玉坪千と成是へ玉ノ法五六二五をかくれハ一寸ノ坪五百六十二五有是へ銀一寸ノ法目百四十匁をかくれハ七十八貫七百五十匁と成



例によって、読下し文に直します。

此玉の重さ知るは、玉廻法三を以ってまわり三尺をわれば、指渡し一尺有る。左右にかくれば一と成る。高さ一尺かくれば、一寸ノ玉坪千と成る。是へ玉ノ法五六二五をかくれば、一寸ノ坪五百六十二五有る。是へ銀一寸ノ法目百四十匁をかくれば、七十八貫七百五十匁と成る。

これでも分かりにくいので、現代文にしましょう。

周囲が3尺ある銀の球体の重さを量りたい。まず玉廻法三で周囲の3尺を割ると、球の直径が一尺と分かります。それを互いにかけると一尺^{2}となります。それに高さ一尺をかけると、一寸の玉坪は千となります。これに玉の法〇・五六二五をかけると、一寸の坪五百六十二五となります。これに銀一寸の法目百四十匁をかけると、七十八貫七百五十匁となります。

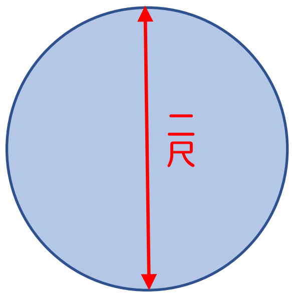
これでも分かるように、問形式の文はありません。しかし、１行目の文面からすると、この問は、

「周囲が3尺の銀の球の重さはいくらになりますか」であることが分かります。この問を今から本文に従って解いていきましょう。

2.「開立円法」を解くぞ！　1

いきなり「玉廻（たままわり）法３」が出てきました。これとよく似たところで、「円」のところで出てきた「円廻法３．１６」を覚えていますか。例えば、直径が２尺の円があったとします。この直径にこの「円廻法３．１６」をかけると円周の長さが求められるというものでした。試しにやってみましょう。

２×３．１６＝６．３２（尺）

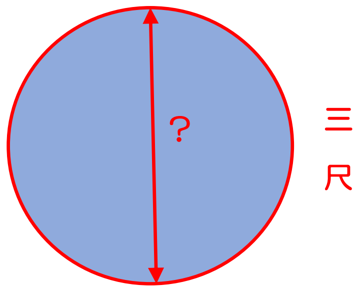


これが右の円の円周の長さです。現代の円周率と同じ働きをしますね。この円廻法自身が現代の円周率にあたります。ただし、数値は少し違いますが。

今回、問題にするのは「球」です。「円」ではなく「玉」を問題にするのです。だから「玉廻法」だと推測ができますね。となると事は簡単です。

解法の現代文では、

玉廻法３で周囲の３尺を割ると、直径が１尺とわかります



つまり、球を真っ二つにした切口の円をイメージし、この円周を玉廻法で割るのです。

３÷３＝１（尺）

と**直径**が出ましたね。ただ、この場合は「円周率」を「３」で計算をしていることが分かります。

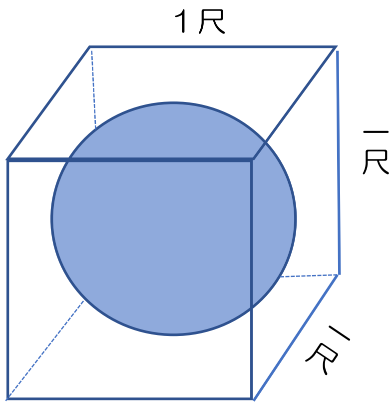
次です。

それを互いにかけると１尺^{2}となります

直径×直径で、一辺が直径の長さの**正方形の面積**を求めています。

１×１＝１（尺^2）

それに高さ１尺をかけると、１寸の玉坪は千となります



正方形の面積に「高さ」をかけるので、**立方体の体積**が求められました。

１×１＝１（尺^3）

問題文では、「１寸の玉坪」と書かれています。今までは「尺」の単位で計算をしてきましたが、ここで、「寸」の単位が表示されたので、「尺^3」も「寸^3」に

変換をしなければなりません。

　１×１０×１０×１０＝１０００（寸^3）

これで「１寸の玉坪」は、１０００と出ました。

　なお、「玉坪」とは、**「球の体積」**のことです。が、まだ球は求められていません。立方体の体積を「寸^3」で表しただけです。

これに玉の法０．５６２５をかけると、１寸の坪５６２．５となります

　先と同じで、これまでは「円法０．７９」がありました。これに倣うと、この「玉の法０．５６２５」とは、

　「球の直径の長さを一辺とする立方体の体積：球の体積＝１：０．５６２５」

という関係だと考えられます。

　　１０００×０．５６２５＝５６２．５（寸^3）

ついに、これで**球の体積**が求められましたよ。

　いよいよ最後です。

これに銀１寸の法目１４０匁をかけると、７８貫７５０匁となります

　球の体積が求められたのに、まだ計算をするのですか。

　初めの「問」は、銀玉の体積ではなく重さを問うているのでした。そこで、体積から重さを求めます。ただ、材質によって同じ体積でも重さが異なります。

　「銀１寸の法目１４０匁」とは、「銀１寸^{3}の重さは１４０匁」ということです。そこで、体積にこの法目をかけると重さが求められるということになります。

　　５６２．５×１４０＝７８７５０（匁）

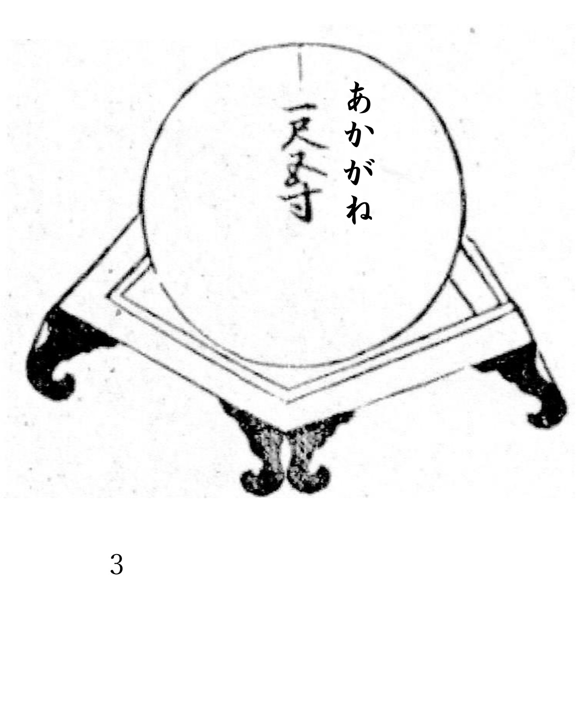
　　　　　　　　　　＝７８貫７５０匁

出ました！

3.「開立円法」を解くぞ！　２

　では、今度は直径が分かっているときの、球の重さを求めましょう。

指渡し一尺五寸有左右に置かくれハ二二五と成高一尺五寸かくれハ三三七五と成是へ玉ノ法五六二五かくれハ一寸ノ坪千八百九十八四三七五と成是へあか丶ね一寸法七十五匁かくれハおもさ百四拾弐貫三百八十二匁八分也



やはりこれもまず読下し文になおしましょう。

> 指渡し一尺五寸あり、左右に置きかくれば、二二五となる。高さ一尺五寸かくれば、三三七五となる。これへ玉の法五六二五かくれば、一寸の坪千八百九十八四三七五となる。これへあかがね一寸法七十五匁かくれば、重さ百四十二貫三百八十二匁八分也。

今までのことをやっているとほぼこの内容も理解できたのではないかと思います。が、念のため、次ページに現代文をのせておきます。

> 直径が一尺五寸の玉があり、これを互いにかけると、二二五となります。高さ一尺五寸をかけると三三七五となります。これに玉の法〇・五六二五をかけると一寸の坪千八百九十八・四三七五となります。これに銅一寸法の七十五匁をかけると重さは、百四十二貫三百八十二匁八分となります。

これも「問」がありません。本文から問をつくりますと、

「直径が１尺５寸の銅の玉があります。この玉の重さを求めなさい。」でしょうか。前のページにも、本文の初めにも、玉が銅製ということは書かれていませんが、後半になってようやく「銅１寸法」とあることで、この玉が銅製であることが分かります。ただ、原本では**「あかがね」**と書かれています。「あかがね」とは「銅」のことだとはお分かりですね。

では、解法です。

> 直径が１尺５寸の玉があれば、これを互いにかけると、２．２５となります。高さ１尺５寸をかけると３．３７５となります

前問同様に、直径×直径×高さの計算をしています。

１．５×１．５×１．５＝３．３７５（尺^3）

と、銅球の直径を一辺とする立方体の体積が求められました。

> これに玉の法０．５６２５をかけると１寸の坪１８９８．４３７５となります

これも前問同様に、玉の法をかけて銅球の体積を求めています。

３．３７５×０．５６２５＝１．８９８４３７５（尺^3）

「１寸の坪」に換算します。

１．８９８４３７５尺^3＝１８９８．４３７５寸^3

重さに直します。銅ですので、。

> これに銅１寸法の７５匁をかけると重さは、１４２貫３８２匁8分となります

銀の場合は「１寸の法目１４０匁」ですが、銅の場合は「１寸の法目７５匁」と銀の半分近くの重さであることが分かります。

１８９８．４３７５×７５＝１４２３８２．８１２５（匁）

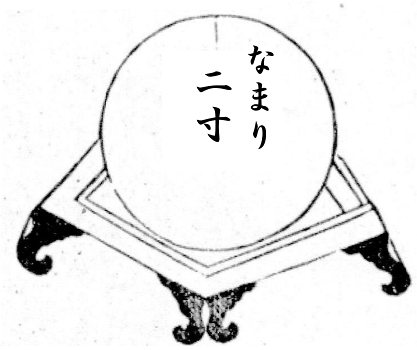
≒１４２貫３８２匁8分

出ました！

4.「開立円法」を解くぞ！　３

今度は、鉛玉です。

指渡し二寸ノなまり玉おもさなにほと有そと問三百九十六匁と云
法二二寸左右ニかくれハ四と成是へ高二寸かくれハ八と成是へ玉ノ法五六二五をかくれハ一寸ノ坪四五と成是へなまり一寸ノ法目八十八匁をかくれハ三百九十六匁と成也



読下し文と現代文とを掲載します。

指渡し二寸の鉛玉おもさなにほど有るぞと問う。三百九十六匁と云う
法に二寸左右にかくれば四と成る。是へ高さ二寸かくれば八と成る。是へ玉の法五六二五をかくれば一寸の坪四五と成る。是へなまり一寸の法目八十八匁をかくれば三百九十六匁と成る也。

直径二寸の鉛玉の重さはどれだけですか。
答は、三百九十六匁です。
直径の二寸を互いにかけると四となり、これに高さ二寸をかけると八となります。これに玉の法〇・五六二五をかけると一寸の坪四・五となり、これに鉛一寸の法目八十八匁をかけると三百九十六匁となります

まず、問です。ここからは現代文です。

直径２寸の鉛玉の重さはどれだけですか

答は、

答は、３９６匁です

では、解法です。

直径の２寸を互いにかけると４となり、これに高さ２寸をかけると８となります

２×２×２＝８（寸^3）

これで、一辺が球の直径の長さの立方体の体積が求められました。

これに玉の法０．５６２５をかけると１寸の坪４．５となり、これに鉛１寸の法目８８匁をかけると３９６匁となります

球の体積を求めるために、「玉の法」をかけます。

８×０．５６２５＝４．５（寸^3）

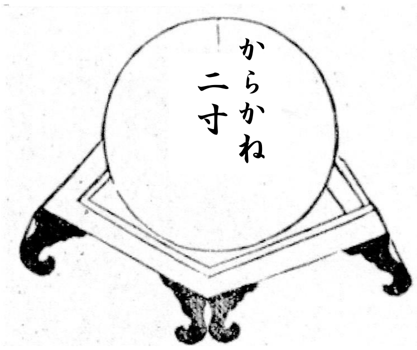
今度は鉛ですので、「鉛１寸の法目８８匁」をかけます。

４．５×８８＝３９６（匁）

と求められました。前問の銅と同じ計算ですね。

5.「開立円法」を解くぞ！　4

右ノ玉をからかねに
して見れハ弐百九十
七匁ノおもさといふ
法ニ右ノ坪四五ニ唐
金一寸ノ法目六十六
匁ヲかくれハ弐百九
十七匁と成也



読下し文と現代文とを掲載します。

右の玉を唐金にしてみ
れば、二百九十七匁の
重さという。
法に右の坪四五に、唐
金一寸の法目六十六匁
をかくれば、二百九十
七匁となる也。

右の玉を唐金にする
と、二百九十七匁の重
さとなります。
この球の坪四・五に、
唐金一寸の法目六十六
匁をかけると、二百九
十七匁となります。

「**4**」の玉を「唐金」にかえて、その重さを問うています。直径が同じ長さですから、体積も当然同じ４．５寸^{3}です。では、その重さはというと、唐金１寸の法目が６６匁であることから、

４．５×６６＝２９７（匁）

となりました。同じ体積でも鉛よりも軽いですね。なお、「唐金」とは銅とスズとの合金で「青銅」のことです。

6. 最後

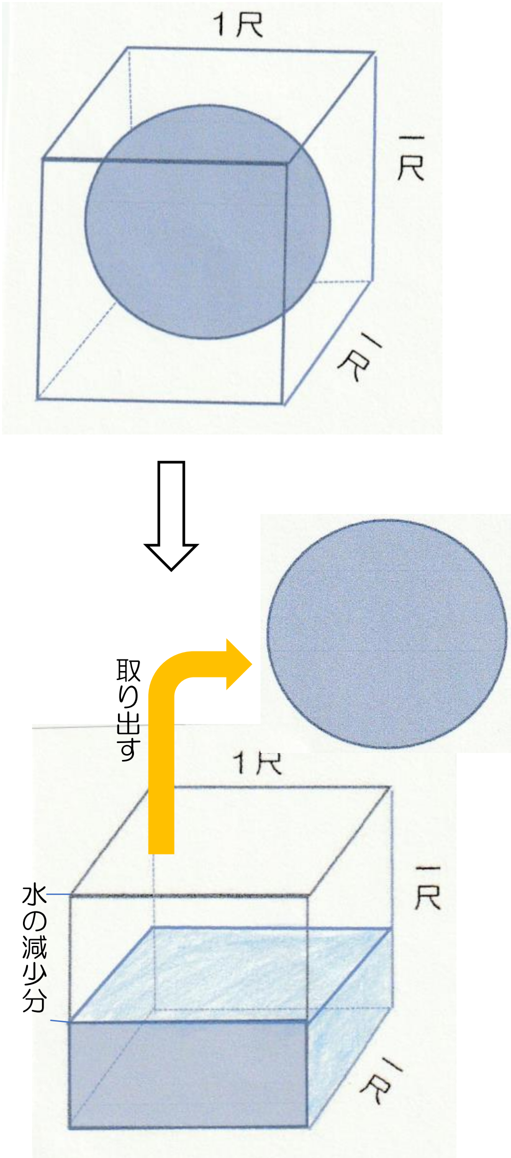
右三ケ條玉ノ坪見る此五六
二五ノこゑハ開立円法より
出る何も一尺四方ノ箱ニ一
尺ノ玉をつく里其外へ水ヲ
入玉を取残ノ水坪積りし
るゝ者や何も玉を作るにハ
開立ノ入也玉を三ツニ切四
ツニ切事ハミな初心ノおよ
ひかたし

右三ケ條玉の坪見る。この
五六二五のこえは開立円法
より出る何れも、一尺四方
の箱に一尺の玉をつくり其
外へ水を入れ、玉を取り残
りの水坪積もり知るる者や
何れも玉を作るには開立の
入る也。玉を三つに切四つ
に切る事は、みな初心のお
よび難し。

右の三つの問題は、玉の坪をみます。この〇・五六二五は、開立円法より出ます。いずれも一尺四方の箱に直径一尺の玉を入れて、その玉の周りに水を入れ、入れた玉を取りだすと、残りの水坪の体積が分かります。いずれも玉の重さを量るには、開立が必要です。玉を三つに切ったり四つに切ったりする事は、みな初心のおよばないことです

「3つの問題」とは「3～5」の問題を指しています。「球の坪」とは、上にも書きましたが「球の体積」のことですので、それぞれの問題は、まず体積を問題にしています。

また「玉の法０．５６２５」は、開立円法で求められます。



いずれも１尺四方の箱に直径１尺の玉を入れて、その玉の周りに水を入れ、入れた玉を取りだすと、残りの水坪の体積が分かります

右のような一辺が１尺の立方体の箱に、直径が１尺の球体を入れて、その球体の周りに水を入れます。そしてその球体を取り出すと取り出した球体分だけ、直方体よりも水が少なくなっていますね。皆さんがよくご存じの、「アルキメデスの原理」です。この原理がこの時代（江戸時代初期）にすでに我が国にもたらされていたことが、この一文から分かります。

いずれも玉の重さを量るには、開立が必要です

その体積から重さを求める際に必要なことが、「開立」だと書かれています。「開立」とは、現代数学でいう「立方根を求める」ことです。水の体積を求める時に、この開立法が使われて実体積の近似値を求めるんです。これができないと、ここで問われている「重さ」を求めるまでには至りません。そして、

玉を３つに切ったり４つに切ったりする事は、みな初心のおよばないことです

と、体積を求めるためとして、球体をバラバラに切り刻んだらあかんがなと、締めくくっています。

付記

ここで使われていた「１寸の法目」を一覧表にして提示しましょう。

金属素材	１寸の法目（匁）
銀	１４０
銅	７５
鉛	８８
唐金（青銅）	６６