

上巻・「第13 普請遠近割・栗石台」

はじめに

この問題の原典の挿絵を見た途端、その形から、堺市中区土塔町にある土塔を思い起こしました。土塔は、堺市出身の僧行基が建立したとされる49院のひとつ大野寺の仏塔で、神龜4年（727）に起工された十三重の土の塔です。新刊算法起では栗石による五重の塔の形をとっていますが、私にはこの土塔とイメージが重なってしまい、とくにこの問題への興味・関心が強くなり、ぜひとも解きたくなった次第です。

1. 「栗石台」問題とは

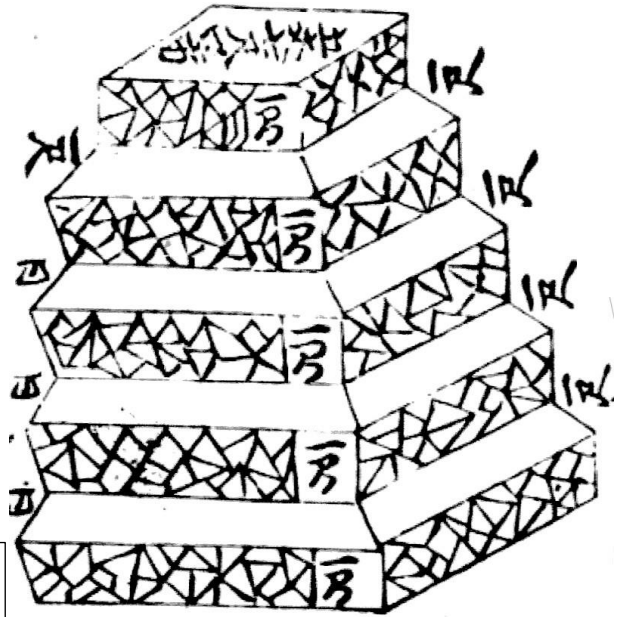
「栗石」とは、岩石を割ってつくった小さな石のことで、この石がたくさん集められて右図のように台状にしたものが、栗石台です。

新刊算法起の上巻の「第13 普請遠近割」の中で「栗石台」として取り上げられています。まずは、この原文にあたってみましょう。

下のように、句読点もなく、カタ仮名、ひら仮名も入交じって読みづらいので、これを読み下し文に直します。右側がそれです

栗石臺十間四方ニ高五間を五重ニ一間
つ、高ニつき申時上ノ重まで一重ノ惣
廻より一尺ツ、犬はしりへり申五重め
ニてハ何丈四方成又何百坪有と問

栗石台十間四方に高さ五間を五重に、一間
ずつ高さにつき申す時、上の重まで一重の
惣廻りより、一尺ずつ犬走り減り申す。五
重目にては、何丈四方成り、また、何百坪
有りと問う。



これで、だいぶ意味が分かるようになりました。上の図と読み下し文から分かったことを、次に書き出しましょう。

- ① 栗石台の一边の長さは、10間である
- ② 栗石台の高さは5間で、五段に積まれている
- ③ 一段の高さは1間で、一段ごとは1尺ずつ長さが減少している

④ 五段目の一辺の長さ、この栗石台の体積がいくら（坪）であるかを問うていることが書かれているのが分かります。

そして、次に、この問題の答えが書かれています。

五重ノ有坪四百四十一
坪二分九厘八毛三糸

五重の有り坪四百
四十一坪二分九厘
八毛三糸

これも、書き下し文になおしましょう。

ここでは、五段目の一辺の長さは書かれていませんが、体積は441坪2分9厘8毛3糸と書かれています。この問と答で使われている「坪」という単位が、体積でも使われているのが分かります。「坪」の後の「2分9厘8毛3糸」という数は、坪単位以下、つまり小数点以下の数を表しています。坪で表すと、「441, 2983坪」ということになるでしょうか。

この問題と答の後に、どのようにしてこの答となったかの解き方を説明しています。これが、ここでいう「栗石台」問題です。

2. 「栗石台」問題を解こう1

前ページと同様に、まず、解き方の原文をのせます。

法ニ下臺十間四方八百坪也 二重め八十間ヲ六丈五尺として二尺引六丈三尺四方左右ニ置かくれハ三九六九と成是へ高六尺五寸かくれハ二五七九八五と成是ヲ六尺五寸ニて三度われハ二重目ノ有坪九十三坪九ふ四りと成五重めまで置用おなし次第二二尺引也

三重め六丈一尺四方 有坪八十八坪超七一
四重め五丈九尺四方 同八十二坪三八八三
五重め五丈七尺四方 同七十六坪八九九

右五重有坪合四百四十一坪二ふ九厘八も三
右五重めにて五丈七尺有也右之法ニ重めより六丈三尺左右ニかけ高さかけ六五にて三度わるハ丈にてあるニより兩に置ゆへ二度又高さかくるゆへ一度以上三度わる也下ノ臺は十間はしたなきニより左右ニかくる也高さかけ本坪と成檢地ハ平坪ノ初也何も平坪ノ心に

このままでは、かなり厳しいですね。上と同様に、ここでも書き下し文に直したものを、次のページに掲載します。

法に下台十間四方は百坪也。二重目は十間を六丈五尺として二尺引き、六丈三尺四方左右に置く。かくれば、三九六九と成る。是へ高さ六尺五寸かくれば二五七九八五となる。是を六尺五寸にて三度割れば、二重目の有坪九十三坪九分四りと成る。五重目まで置く用同じ次第に二尺引く也。

三重目 六丈一尺四方 有坪八十八坪超え七一
四重目 五丈九尺四方 同 八十二坪三八八三
五重目 五丈七尺四方 同 七十六坪八九九

右、五重有坪合わせて四百四十一坪二分九厘八毛三三右、五重目にて五丈七尺有る也。右の法二重目より六丈三尺左右にかけ高さかけ、六五にて三度割るは、丈にてあるにより、両に置く。故、二度また高さがかかる故、一度以上三度割る也。下の台は、十間は下なきにより、左右にかくる也。高さ掛け本坪と成る。検地は平坪の初め也。何も平坪の心に。

書き下し文でも、結構厳しいですね。
現代文に直します。

土台（一段目）は十間四方なので百坪です。二段目は十間が六丈五尺なので二尺を引いて六丈三尺四方です。面積は三九、六九で、高さがあるので六尺五寸をかければ二五七、九八五となります。これを六尺五寸で三度割れば、一段目の坪九十三坪九分四厘となります。

五段目まで同じように二尺引くと、

三段目 六丈一尺四方で、坪 八十八坪〇七一
四段目 五丈九尺四方で、同 八十二坪三八八三
五段目 五丈七尺四方で、同 七十六坪八九九

右、五段分の坪合わせて四百四十二坪二分九厘八毛三系右、五段目では一辺が五丈七尺になります。右のように、二段目より六丈三尺を二乗して、高さをかけて、六五で三度割るのは、単位が丈だからです。二度高さをかけるので、一度以上三度割るのです。

下の台は、十間で下の数は無いので、二乗します。高さを掛けると本坪（体積）となります。検地は、平坪（面積）の初めです。いずれも平坪の心に。

では、解を1つ1つ見ていきましょう。が、その前に、単位が「間」や「丈」「尺」「寸」まであるので、単位の換算が必要です。「丈」から「寸」は、10進法で分かりやすいですが、「間」と「尺」では全く違うものです。江戸時代は、1間=6.5尺としていますので、「間」の単位を「尺」の単位に換算する際には、6.5倍する必要があります。

例えば、4間を尺に換算すると、 $4 \times 6.5 = 26$ となり、
4間=26尺=2丈6尺 と換算できます。

このことを念頭に置いて読むことが求められます。

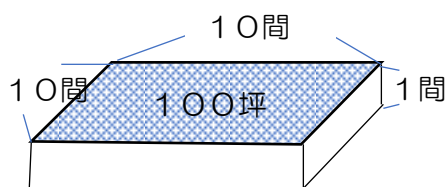
ではまずは1段目から。

1段目：一辺が10間の正方形なので、

$$10\text{間} \times 10\text{間} = 100\text{坪}$$

$$= 42.25\text{丈}^2$$

・・・1段目の面積



1段目の体積を出しておきましょう。

$$100\text{坪} \times 1\text{間} = 100\text{坪} \text{ (体積坪)}$$

・・・1段目の体積

2段目：「10間が6丈5尺なので、2尺を引いて6丈3尺四方です」と書かれています。

「10間が6丈5尺」というのは、先ほどの単位の換算でわかりますね。その後の「2尺を引いて」というのは、犬走り分(1尺)を引くということなので、1段につき、1辺は2尺減少することになり、「2尺を引いて」一辺は6丈3尺の長さになります。

さらに「面積は39.69で、高さがあるので6尺5寸をかければ、257.985となります」とあります。

まず、面積です。一辺が6丈3尺の正方形なので、

$$6.3 \times 6.3 = 39.69$$

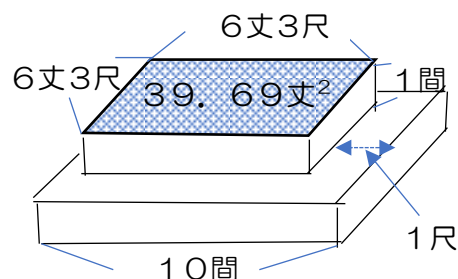
・・・2段目の面積

これに高さ(1間)をかけますが、

1間は6.5尺ですので、

$$39.69 \times 6.5 = 257.985$$

・・・2段目の体積



体積は「尺³」の単位なので、「間³」に再びなおしますと、

$$257.985 \div 6.5 \div 6.5 \div 6.5 = 0.939408284$$

$$\div 0.9394$$

となりました。

ここで、「**6尺5寸で3度割る**」のは、たて、横、高さとも単位の換算が必要だからです。そして、体積を、体積坪に直しますと、

$$0.9394\text{間}^3 = 93\text{坪}9\text{分}4\text{厘}$$

と出ましたね。

3段目以下は、「**五段目まで同じように2尺引くと**」とありますので、ここからは、2段目と同様に、2尺ずつ引いて計算をすれば、次のように答えが求められますとして、

3段目：一辺が6丈1尺、体積は88坪071

4段目：一辺が5丈9尺、体積は82坪3883

5段目：一辺が5丈7尺、体積は76坪899

と計算の結果が示されています。

ここで、1つ目の問題の5段目の一辺の長さの答が、5丈7尺と出ています。

なお、ここで、3段目の原文「**88坪越71**」と書かれている「超」という文字は、数が無いこと、つまり「0」を表しています。和算では「0」という文字は無かったのですね。

3. 「栗石台」問題を解こう2

さあ、いよいよここから、この栗石台の総体積を求めます。といっても、すでに「2『栗石台』問題を解こう1」で各段の体積を求めましたので、これらを合わせるだけです。

$$\begin{aligned} &100\text{坪} + 93\text{坪}94 + 88\text{坪}071 + 82\text{坪}3883 + 76\text{坪}899 \\ &= 100 + 93.94 + 88.071 + 82.3883 + 76.899 \\ &= 441.2983 \\ &= 441\text{坪}2\text{分}9\text{厘}8\text{毛}3\text{糸} \end{aligned}$$

と出ました。

後の6行ですが、

「右、五段目では一辺が五丈七尺になります。右のように、二段目より六丈三尺を二乗して、高さをかけて、六十五で3度割るのは、単位が丈だからです。2度高さをかけるので、一度以上3度割るのです。下の台は、十間で下の数は無いので、二乗します。高さを掛けると本坪(体積)となります。」

と書かれています。それまでの具体的な計算の一般化を図っているところですね。

「一辺を2乗して高さをかける」ことが書かれており、まさに直方体の体積を求める公式です。「65で3度割る」のは先にも書きましたように、単位の換算です。また、下の台について、一辺が10間なので間より下の数がなく、坪数を出すにも単位の換算が必要ありません。だから2乗して高さを掛けるだけでいいということが書かれていま

すね。

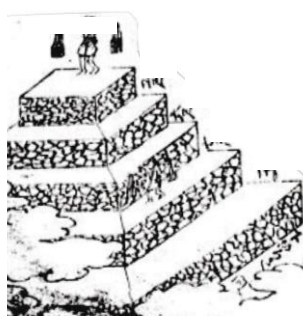
以上のように「栗石台」の問題を読み解いてみました。基本的には現在の算数・数学と計算方法に違いはありません。江戸時代の初期からこのような計算ができるようになっていたのです。ただ、実際の生活場面でこのような計算をする機会はそう多くはなかったと思われます。

付記

「はじめに」で、この問題の栗石台は、僧行基が建立した土塔をイメージした旨を書きました。右は、その土塔です。この栗石台の形の応用編のような形状です。これが、1300年ほど前に我が国でつくられていたのです。



ただ、この「栗石台」の問題に取り組んだ後で吉田光由が書いた「塵劫記」の、寛永18年（1641）版を読んだときに、次の問題に出会いました。

<p>栗石積 栗石七百五十坪有を高五尺つゝに 五段つミあけ下よりの2段めの犬はしり のひろさ一丈三段めハ七尺 四段めハ六尺五段めハ五尺 如此につミて下の ひろさと上の ひろさな ほと四方成 そととふ也</p> 
--

この「栗石積」の問題を見たときに、新刊算法起の「栗石台」の問題は、土塔の存在とともに、この「塵劫記」の「栗石積」の問題からも発想したんだなということが分かりました。

これを見て、やはり当時から吉田光由の「塵劫記」の影響の大きさに驚かされた次第です。

なお、この「栗石積」の問題は、遺題として「塵劫記」に掲載されているだけで、解答・解法などは掲載されていませんでした。

