

「第18 目録算」

はじめに

この「目録算」で何でしょうね。和算書において「目録」とは、現代の書物の「目次」の意味で使われている言葉です。したがって直訳をすると「目次の計算」という事になります。はて……？

1. 原本提示

十八 目録算

第二ノかきぬきに平坪三百十六坪有を長よこノかしら一けたちかへ二けたより八同寸尺ニわるハまつ右ニ三百十六坪と置長四十六間七ふ五り八も一五を以われハよこ六間七ふ五り八も一五と成也

▲第三ノ坪二千超八十二坪半を長百超九間八ふ五り四もを以われハよこ九間超八ふ五り四もと成也

▲第六ノ坪ニ七百七十九坪四分有是ヲ長七十間超九ふ八り超四八四を以てわれ八十間超九ふ八り超四八四ノよこと成也

▲右之外ニあまた候へとも三ヶ條かき申候此割ハ初心ノかてん参ましく候間指南なさん人ニ御尋尤ニ候^阿も法ノしれさる分三色一有候下愚ノ身ニ情をうしなひ申候故積算うりかひ算ハしるさす今までノ算ノ記ノ注ともいふへき者か

▲右三ヶ條ハ目録割といふ也又しやうこさん共いふ也

▲平坪貳百坪有是を長ノ半分よこニしてなにほど、問答日長廿間ニよこ十間といふ法ニ貳百坪と置倍にして四百坪と成是開平ニわれハ廿間四方と成是長ニ用也よこハ廿間ニツニして十間と成也

▲三十坪有長ノ半分よこニしてハなにほど、問答日長七間七ふ四り六もよこ三間八ふ七り三毛といふ法ニ三十坪を倍して六十坪と成是開平にわれハ七間七ふ四り六毛ノ長と成ニツニしてよこ三間八ふ七り三毛と成也

▲右二ヶ條ハ帯縦開平といふ也是二このミある者也何も心持おなし

▲上巻下巻ノ内毛リノちりを入もあり又ハすつるもあり法立ノちかひなき様にと存候へとも無心之仕合ニ候也

読下し文になおしましょう。

十八 目録算

第二のかきぬきに、平坪三百十六坪有るを

長さ、横の頭一桁違え、二桁よりは同寸尺に割るは、まず右に三百十六坪と置き、長さ四十六間七分五厘八毛一五を以って割れば、横六間七分五厘八毛一五と成る也。

▲第三の坪に千超えて八十二坪半を、長さ百超えて九間八分五厘四毛を以って割れば、横九間超えて八分五厘四毛と成る也。

▲第六の坪に七百七十九坪四分有る。これを長さ七十間超えて九分八厘超えて四八四を以って割れば、十間超えて九歩八厘超えて四八四の横と成る也。

▲右の外にあまた候え共、三か條書き申し候う。

この割は初心のかてん参ましく候う間、指南なさん人に御尋ねもつとも候う。何れもせ法の知れざる分、三色一有り候う。下愚の身に情を失い申し候う故、積算、売り買い算は記さず、今までの算の記の注ともいふべき者か。

▲右三か條は、目録割という也。また証拠算ともいう也。

▲平坪二百坪有る。これを長さの半分横にして何ほどと問う。答えて日く。長さ二十間に横十間という。法に二百坪と置き、倍にして四百坪と成る。これ開平に割れば二十間四方と成る。これ長さに用いる也。横は二十間二つにして、十間と成る也。

▲三十坪有り。長さの半分横にしては何ほどと問う。答えて日く。長さ七間七分四厘六毛、横三間八分七厘三毛という。法に三十坪を倍して六十坪と成る。これ開平に割れば、七間七分四厘六毛の長さとなる。二つにして横三間八分七厘三毛と成る也。

▲右二か條は、帯縦開平という也。これにこのみある者也、何れも心持ち同じ。

▲上巻下巻の内、毛厘のちりを入るもあり、または捨つるもあり。法立の違いなき様にと存候え共、無心の仕合せに候う也。

2. 目録算って何？

上の読下し文を読むと、5つの問題が書かれていることが分かります。これらを1つ1つ読み解いていきましょう。まずは1つ目から。

第二のかきぬきに平坪316坪あります。縦横の初めの数は一桁違い、二桁からは同じ長さで割ります。316坪を、縦46間7分5厘8毛15で割ると、横6間7分5厘8毛15となります

これは面白い数ですね。

右のように面積が316坪の長方形があって、この縦の長さと横の長さとの関係は、それぞれの初めの数は、1桁ずれている。また、二桁目からはそれぞれ同じ長さになっているということです。

本文通りに計算をしていくと、

$$316 \div 46.75815 = 6.758180124 \dots \\ \approx 6.75818$$

微妙に答は違ってきます。

縦の長さ：46.75815（間）

横の長さ：6.75818（間）

小数第5位で四捨五入をして、小数第4位で留めておいたらよかったのに・・・、残念！
ま、取り直して次にいきましょう。

三
一
六
坪

第三の坪に、1082坪半を、縦109間8分5厘4毛で割れば、横9間8分5厘4毛となります

面積：1082坪半

縦の長さ：109間8分5厘4毛

横の長さ：9間8分5厘4毛

となっていますね。計算をしてみましょう。

$$1082.5 \div 109.854 = 9.85398802 \dots \\ \approx 9.854$$

この問題はOKですね。

第六の坪に、779坪4分あり、これを縦70間9分8厘0484で割れば、10間9分8厘0484の横となります

面積：779坪4分

縦の長さ：70間9分8厘0484

横の長さ：10間9分8厘0484

となっていますね。今度は初めの数は桁違いではありませんね。計算をしてみましょう。

$$779.4 \div 70.980484 = 10.98048302 \dots \\ \approx 10.980483$$

あ～、残念！0.000001間だけ数が違う。これも少数第6位で四捨五入をして小数第5位まで勝負をすればよかったのに。

右の外にもたくさんありますが、三問記しました。この割算は初心の合点がいけないので、教えてくれる人に尋ねるのはもっともです。何れも計算も方法が分からないの

は、三分の一はあるでしょう。私のような下愚の身では、精を失ってしまいそうなので、積算や売り買い算は記さずに、今までの計算の注ともいうべきかもしれません。

上に3つの問いをあげましたが、なぜこのような計算ができるのか納得いかない点もあるでしょうが、分からない場合はしっかりと尋ねてください。どれも解がわからないものは三分の一はあるでしょうが、ここでは具体的な場面での計算はとり上げませんでした。今まで取り上げてきた様々な計算の注ともいうものでしょう。と締めくくっています。

さらに、

右三か条は、目録割といいます。また証拠算ともいいます

と、「目録割」「証拠算」というとして名付けています。タイトルにあった「目録算って何」ということの一つの解がこれですね。

次に参ります。

平坪200坪あります。これを縦の長さの半分を横の長さにとすると、どれほどになりますか。答は、縦の長さは20間で横は10間です。面積の200坪を倍にして400坪となります。これを開平に割れば20間四方となります。これ縦の長さに用います。横の長さは20間を二つ割って、10間となります。

問は、200坪の長方形の土地があって、横の長さは縦の長さの半分であるとき、それぞれの辺の長さはいくらになるかを問うていますね。

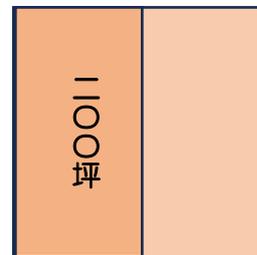
この問いを解くのに、初めの面積を2倍にしています。右図の色の薄い方の長方形が増えた分です。これで土地は正方形になりました。すると面積は2倍の400坪なもて、これを開平に割ります。つまり、

$$\sqrt{400} = 20 \text{ (間)}$$

となって正方形の一辺の長さが求められますね。これが元の長方形の長い方、縦の長さです。横はこれの半分ですから、

$$20 \div 2 = 10 \text{ (間)}$$

ということですね。ま、当たり前と言えば当たり前ですが。



30坪の土地があります。縦の長さの半分を横の長さにとすると、それぞれどれ程になりますか。答は、縦の長さは7間7分4厘6毛、横の長さは3間8分7厘3毛です。まず30坪を2倍にすると60坪となります。これを開平に割れば、7間7分4厘6毛となり縦の長さです。二つに割って横の長さは3間8分7厘3毛となります。

数値は違いますが、問は前問と同じですね。

やはり、建ての長さの半分の長さが横になっています。長方形の面積もまず2倍にし

ています。そして、開平に割っています。

$$30 \times 2 = 60$$

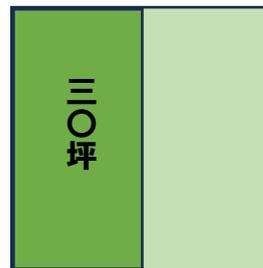
$$\sqrt{60} = 7.745966692 \dots$$

$$\div 7.746 \text{ (間)}$$

$$7.746 \div 2 = 3.873 \text{ (間)}$$

これで、縦と横の長さが求められました。

ただし、この開平に割るといふ計算は、電卓のない時代にどうしてできたのかは、疑問の残るところですが、当時にはすでに求め方はあったのです。時間がかかるのでここでは下記に別項を立てて開平に割る計算、つまり江戸時代における平方根計算の仕方について説明いたしません。



以上の二つは、帯縦開平といいます。これにこのみあるものです。何れも心持ちは同じです

$\sqrt{\quad}$ を使って平方根を求める問題ですね。縦長なので、「帯縦開平」と呼んでいるのかもしれませんが。数値がどう変わっても、このような問題は同じように考えればよろしいといっています。

さて、最後です。

上巻下巻の内、毛厘のちりを入れたり捨てたりします。法立の違いはなき様にとは分かっていますが、無心の仕合せです。

新刊算法起全体を通してみても、極小数の端数を含めることも、除くこともあります。計算の方法の違いもありますが、その場に応じて使分けることは大事です、ということでしょうか。

で、結局「目録算」って何だったのでしょうかね。

普通はは、面積を求める時には、その図形の辺の長さを元にして計算をします。しかし上の5題を見ると、全て面積が分かっている、辺についての一定の条件の下での一辺の長さを求めようとしています。それとこの名称とはどうつながるのか、見当の余地ありです。

3. 平方に割る計算方法(平方根の求め方)

上で、 $\sqrt{60}$ を取り上げたので、その根を求めてみましょう。面積が60坪の正方形があります。この正方形の一辺の長さを求めることが、 $\sqrt{60}$ の根を求めたことになります。

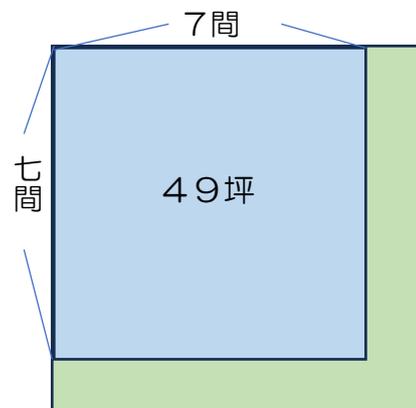
まず、この面積が60以下で、面積が60に最も近い一辺の長さを想定します。

$$7 \times 7 = 49$$

$$8 \times 8 = 64$$

なので、一辺の一の位は「7」と分かります。

(2つ目の図)



続いて、残りの図(薄緑部)を図示したように、3つの部分に分けます(3つ目の図)。

残りの部分の面積は、

$$60 - 49 = 11 \text{ (坪)}$$

です。そして薄緑部のアの長さを想定し、薄緑部の面積をとりあえず求めます。

0.7とすると、

$$\text{長方形部} : 7 \times 0.7 \times 2 = 9.8$$

$$\text{正方形部} : 0.7 \times 0.7 = 0.49$$

$$\text{合わせて} : 9.8 + 0.49 = 10.29$$

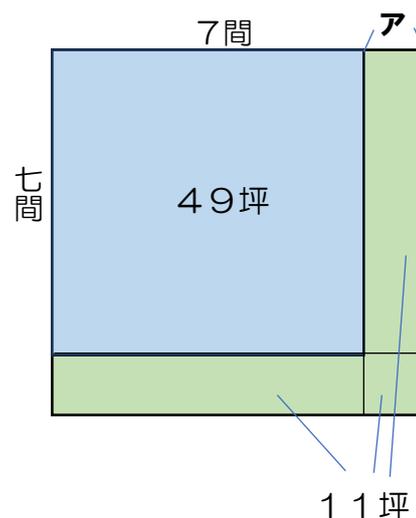
「11」以内ですね。

0.8とすると、

$$\text{長方形部} : 7 \times 0.8 \times 2 = 11.2$$

$$\text{正方形部} : 0.8 \times 0.8 = 0.64$$

$$\text{合わせて} : 11.2 + 0.64 = 11.84$$



「11」をオーバーしますので、不適です。
 これで、小数第一位は「7」と決まります。

次です。残りの図（薄緑部）を図示したように、3つの部分に分けます。

残りの部分の面積は、

$$11 - 10.29 = 0.71 \text{ (坪)}$$

です。前と同様に、薄緑部のイの長さを想定し、薄緑部の面積をとりあえず求めます。

0.04とすると、

$$\text{長方形部} : 7.7 \times 0.04 \times 2 = 0.616$$

$$\text{正方形部} : 0.04 \times 0.04 = 0.0016$$

$$\text{合わせて} : 0.616 + 0.0016 = 0.6176$$

「0.71」以内ですね。

0.05とすると、

$$\text{長方形部} : 7.7 \times 0.05 \times 2 = 0.77$$

$$\text{正方形部} : 0.05 \times 0.05 = 0.0025$$

$$\text{合わせて} : 0.77 + 0.0025 = 0.7725$$

「0.71」をオーバーしますので、不適です。

これで、小数第二位は「0.04」と決まりました。

これまでに、求められた面積は、

$$59.29 + 0.6176 = 59.9076 \text{ (坪)}$$

です。かなり60坪に近づきました。もう少しです。頑張りましょう。

では、次です。残りの図（薄緑部）を図示したように、やはり3つの部分に分けます。

残りの部分の面積は、

$$60 - 59.9076 = 0.0924 \text{ (坪)}$$

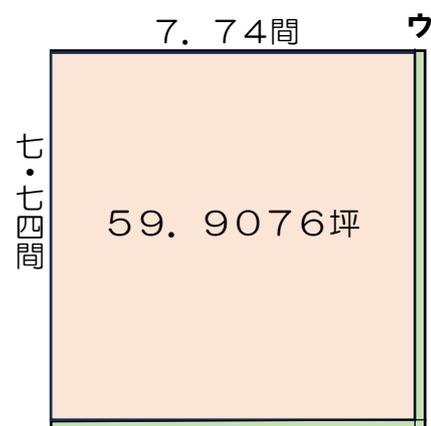
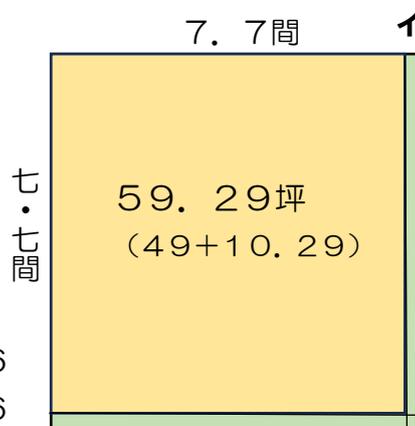
です。今までと同様に、薄緑部のウの長さを想定し、とりあえず薄緑部の面積を求めます。

0.005とすると、

$$\begin{aligned} \text{長方形部} : 7.74 \times 0.005 \times 2 \\ = 0.0774 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{正方形部} : 0.005 \times 0.005 \\ = 0.000025 \end{aligned}$$

$$\text{合わせて} : 0.0774 + 0.000025 = 0.077425$$



「0.0924」以内ですね。

0.006とすると、

$$\text{長方形部} : 7.74 \times 0.006 \times 2 = 0.09288$$

$$\text{正方形部} : 0.006 \times 0.006 = 0.000036$$

$$\text{合わせて} : 0.09288 + 0.000036 = 0.092916$$

「0.0924」をオーバーしますので、不適です。が、「ウ」の長さが「0.005」と「0.006」の場合とを比べると、「0.006」の方がずっと「0.0924」に近いことが分かります。

$$59.9076 + 0.09288 = 60.00048$$

$$\div 60$$

となるので、これで、 $\sqrt{60}$ の平方根は、

$$7 + 0.7 + 0.4 + 0.06 = 7.746$$

と求められました。

この開平に割る（平方根を求める）計算方法は、上にあるようにとても根気のいる作業が必要です。上の計算方法は新刊算法起にはありません。田原嘉明と同じ堺の算学者の榎並和澄が書いた「参両録」（1653年刊）に書かれています。「開平法」として書かれ、さらに、平方根を見つけるための目安となる「開平数位」というものまで書いています。

さらに「参両録」には、平方根だけでなく立方根まで求める計算方法が掲載されています。当時の最先端をいていたようです。