

新刊算法起から見た「江戸時代の算法」の世界 第3回

「池の容積まで求めているぞ」

はじめに

前回は、「行基検地」として土地の面積を求めました。いろんな形の土地を、まず正方形とみて面積を求め、それに土地の形に合う定数をかけて求めましたね。「三角の法433」「円法79」という定数でした。

今回は、田などの農地に水を引く池を問題にしましょう。

1. 池の水積

右の図の
ような池が
あります。

問題は、
この池の容
積を求めよ
ということです。

今分かっ
ていること
は、

- 池の各
辺の長さ
- 池の6地点の深さ

だけです。このことを、まず読み取っていきましょう。まずは池の各辺の長さです。

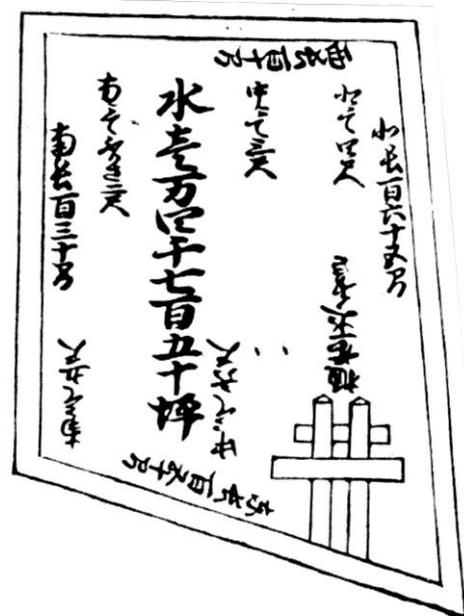
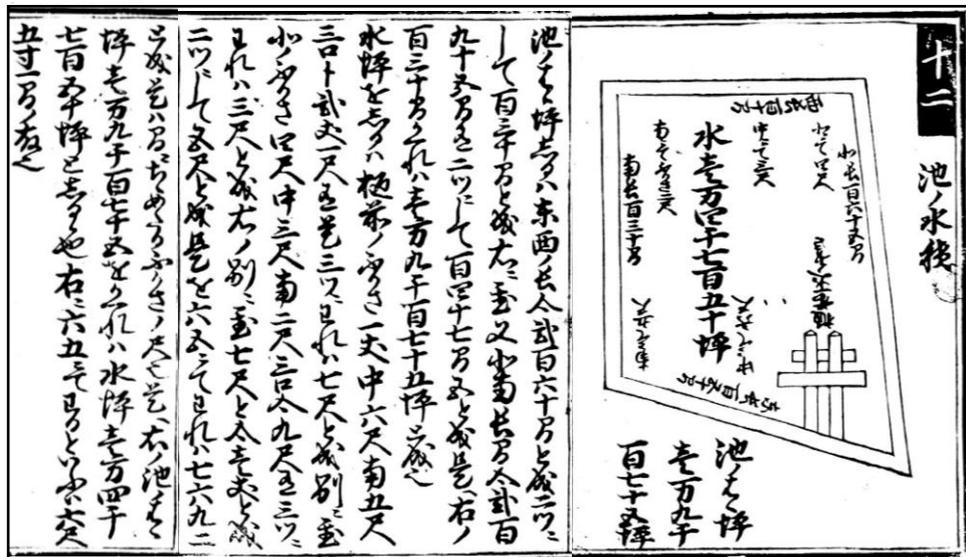
まず、東西南北を確認します。上が「西」は
分かりますね。そして、左側が「南」です。
これらが判ればあとはすぐ分かります。

下は「**东**」で「東」

右は「**水**」で「北」

となっています。我々は上が北の地図になれて
しまって、ちょっと見づらいかもかもしれませんが、
ここまで分かれば、後は少しずつ読んでいくと
理解はしやすくなるでしょう。

東西南北が分かると次は、それぞれに書かれ
ている長さを読んでいきましょう。



東：長さ150間

西：長さ110間

南：長さ130間

北：長さ165間

と、ここまで読めましたね。4つの辺がこういう長さの四角形をした池です。

さらに、辺に沿わないで、長さが書かれています。これも読んでおきましょうか。

まず、西、ここでは上側です。右から

北にて4尺 中にて3尺 南にてふかさ2尺

とくると、ここに書かれているのは「深さ」ではないか。続いて下側です。さかさに書かれています、右から

樋前1丈のふかさ 中にて6尺 南にて5尺

です。樋というのは、図の右下（北東の隅）にある組み物ですね。ここから池の水を田に引いているんですね。

これで、辺の長さとも6か所の深さが分かりました。

そして、中央には「水1万4千7百5十坪」とありますので、きっとこれはこの池の容積なのでしょう。これから求める答えが書かれているようです。

この池の図から、以上の情報が読み取れました。では、この池の容積をこれまでの長さや深さからどのようにして求めたのでしょうか。これが、次の本文に書かれているのですね。では、読んでいきましょう。

2. 容積を求める

「池のはば坪するは、東西の長さ合わせて260間となる」まずはここまで。「はば坪」とは、水面の面積のこと。東西の辺の長さを合わせると、

$$150 + 110 = 260$$

となるので、このことを言っているのですね。続きです。

「2つにして130間となる。」

「260」が「130」になるのですから、この「2つにして」というのは「2つに割ると」という意味なのは分かりますね。つまり東の辺と西の辺と、つまり池の横の長さの平均を求めていることとなります。ということは、次には縦の辺の平均でしょうか。読んでいきましょう。

「また、北南長さ間合わせて295間有えう。2つにして147間5となる。」やはりそうですね。縦の辺の長さの平均を出していました。そして、

「これへ、右の130間かぐれば1万9千百七十五坪となるなり。」

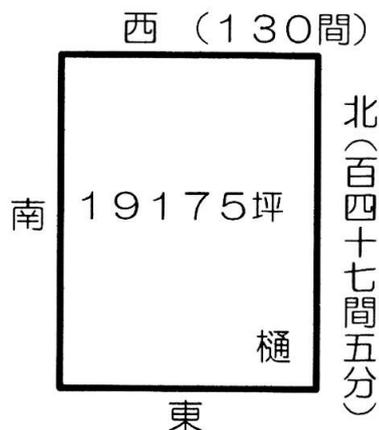
とあり、先の横の平均の130間と縦の平均の147.5間とをかけています。つまり、この池の形を、計算のできる長方形と見なして計算をすることにしたのですよ。

では、実際にそうなっているのか計算をしてみます。

$$130 \times 147.5 = 19175$$

答は合っていますね。これが、この池の水面の面積つまり平面積だというわけです。ちょっと乱暴ですが、当時はこの程度で良しとしていたのでしょう。

平面積が出たので、次は深さですね。深さは先に図で読みましたが、あらためて本文を読みましよう。



「水坪をしるは、樋前のふかさ一丈、中六尺、南五尺三口めて2丈1尺有り。これ3つにわれば、7尺となる。」

「別に置く。北のふかさ四尺、中三尺、南二尺、三口合わせて9尺有り。3つにわれば3尺となる。」

「樋目の深さ」とは、この北東角の深さですね。すると、中というのはその左の深さで、南は、その左の5尺です。この東側の辺の近くの深さを3か所測っています。そしてその3つをめて、つまり合わせて3つに割っているのです、やはり池の東側の深さの平均を求めましたし、次に来たの深さをやはり3か所測って其平均を求めています。

東の平均の深さ：7尺

西の平均の深さ：3尺

で、次です。

「右の別に置く。7尺と合わせて1丈となり。2つにして5尺となる。」

東野深さと西の深さを合わせて2つに割っています。つまり、池の深さの平均を求めています。

$$(3+7) \div 2 = 5$$

となって、池の深さは5尺としました。実際には池の中央の方が深いかもしれません。そこまでは船を出して測らないといけないので大層になります。船を漕げる人でないといけないことになりますので、これで納得をしているんでしょう。

さて次です。

「これを65にてわれば、7692となる。これは間にちじめたる深さの尺なり。これへ右の池のはば坪19175をかくれば、水坪14750坪としるるなり。」

「65にて割る」というのが前回は出ましたね。この計算により、「尺」の単位を「間」の単位に換算したのです。そして、水面の面積に深さをかけて容積を求めた次第です。

$$5尺 \div 6.5 = 0.769230769$$

$$\doteq 0.7692$$

$$19175 \times 0.7692 = 14749.41$$

$$\doteq 14750$$

と出ました。これが池の容積です。初めの池の図に書かれている水坪と同じですね。

3. この池を詳しく見る

先に、この池の深さを見ましたね。

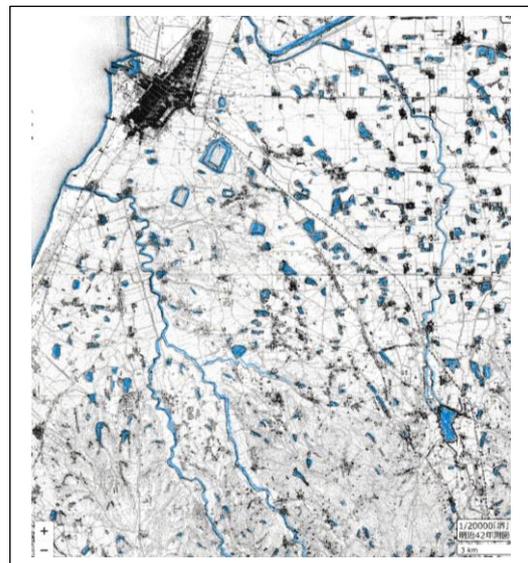
東側：樋前・1丈
中・6尺
南・5尺
西側：北・4尺
中・3尺
南・2尺



東西南北が分かりやすいように、90度回転をさせました。東西ともに、北に行くほど深さは増しています。これは何を意味するのかです。

つまり、池の底が北に行くほど低くなっていることを示しています。このことからこの池の成り立ちについて、1つ分かることがあります。それはこの池は「ため池」であるということです。南から北に川が流れており、その川を北側でせき止めてできた池であるということです。

堺及びその周辺の地域は、昔から雨が少なく農業が難しかった地域です。そこで、614年の狭山池をはじめとして、各地に溜池がつくられていったのです。地図の青のところがため池及び河川です。川は南から北に向かって流れています。したがってこの地で見られるため池は、全て来たが深く、南が浅くなっています。このため池を田原嘉明が見ていたのです。そしてこの新刊算法起にこれを取り入れました、それがこの問題にあたります。



この「池の水積」の問題から、当時の堺の溜池状況が見えてくるわけです。

実は、この後にもまだ問題が書かれています。

▲堤かとおの祢壺何より上口何よりささるやと
 とりて上口祢壺今ニツドてささるればいづ坪と
 ちる也是長さくれば堤坪なる也
 ▲古堤ハ版付とてささるればいづ坪と定
 六又ささるりささるけ長さくれば坪敷一坪ハ
 何も坪坪坪ノ日うちを必ぬ六何よりか
 ちるありても足狭りささる池田落刻名傍
 ちとハ坪坪とらさる坪とらさる石水
 たらひとらさる六又五寸四方おたささるれば
 一尺二寸方より四十二五五五坪坪はささる
 六又五寸おれば一尺二寸方六坪坪百七十四
 二五五坪坪はささるお水かとの坪坪より
 さい百七十四ちりを入つりささる石水とも
 水おも坪目かつりつりささるかみすつり
 万坪坪ささるいささる

初めの▲です。

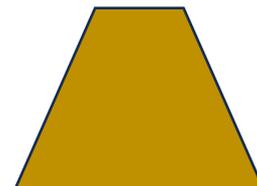
「堤などしるは、ね置き何間、上口何間、これを馬ふみというなり。上口、ね置き、合わせて2つにして、高さかくればいく坪としるるや。是へ長さかくれば、堤の坪しるるや。」

「**堤**」は「堤」です。「**ち**」は「志」で仮名の「し」です。「**祢**」は「祢」で仮名

の「ね」です。「**る**」は「馬」です。新しい言葉が出てきましたね。「ね置き」といっても、寝ていて起きたばかりというのでないことは分かりますね。では何でしょう。また「上口」とは何でしょう。しかも「上口」を「馬ふみ」というんですね。ヒントは、「堤など」と書かれていることです。「堤」の「ねおき」「上口」です。

それを「2つにする」つまり合わせるんですよ。そしてそれに高さをかけるんですよ。すると面積が分かるというんです。これに長さをかけると堤の体積が出るということです。「坪」という言葉が2度出ますが、初めの、高さをかけて出た坪は、「面積坪」で、長さをも掛けた坪は「体積坪」になります。ややこしいですね。場面を考えながらどっちなんだろうとイメージを自分で持たないとわからなくなります。

で、先の「ねおき」「上口」ですが何か分かりましたでしょうか。「ねおき」は堤の下の部分、「上口」は「馬ふみ」というのですから堤の上の部分の部分を指しています。別の言葉で言うと、「ねおき」は下底、「上口」は上底でしょう。つまり堤の切口を台形と見ているのです。



ただし、この本文では1つの文が欠けています。分かりますか？

$$(上底 \times 下底) \times 高さ \div 2$$

で台形の面積がもとめられますが、この「÷2」が欠落しています。田原嘉明のミスですね。この新刊算法起を読んでいて、時々こういうことが起こっています。頭の中で処理をしていると、当然分かっていることなので、文字にする際に抜けてしまうんですね。

4. 鶴と亀の数は(改算智恵車大全:正徳元年・1711)

右は、「改算智恵車大全」に掲載されている「鶴亀算」です。

「鶴亀算」といいながら、実際は、雉とウサギですね。本文では、

雉39羽

兔11匹

と書かれています。

つまり、雉と兔が合わせて50匹足の数は合わせて132本のとき、雉と兔はそれぞれ何匹いるでしょうか。という問題です。方程式を使わないで解いてみてください。

答は、というよりも答えはいきなり本文に書かれているので、要は、解き方を問題にしているのです。どう考えて解かれたかです。

では、解法です。本文を読んでいきましょう。

雉と兔を合わせて50匹います。これに兔の足数4をかけると200となります。これから、合わせた足数132を引くと、残りは78となります。

雉と兔の合計数が50。これに兔の足の数4をかけています。つまりすべての動物が兔とした場合の足数が「 $4 \times 50 = 200$ 」となります。しかし全ての足数は132本しかありませんので、この200から全足数を引きました。

$$200 - 132 = 68$$

あれ、答えが違いますね。この改算智恵車大全を書かれた方の計算ミスですね。この差



の「78（実際は68）」というのは、初めにすべての動物を兔と仮定したからに他なりません。

兔の足の4本から雉の足数2本を引くと残りの足数は2本となります。これで78を割ると、雉は39羽となります

兔の足数と記事の足数の差は2本ですので、これで先の78を割ると39となり、これが雉の数となります（実際は、 $68 \div 2 = 34$ で、雉の数は34羽です）。

ここから兔は必然的に、

$$50 - 39 = 11 \quad (\text{実際は、} 50 - 34 = 16)$$

で、兔は11羽です（実際は、16羽）。

これで、普通は終わりなのですが、2つ目の問いも在りますので、これも見ていきましょう。

雉よりも先に兔の数を知るためには、雉・兔の合計数50に、雉の足数の2をかける
と100となります。全ての足数の132から、この100を引いた残りは32となり、これを雉と兔の足数の差の2で割ると、兔の数は11と求められます

雉と兔の合計が50匹で、これに雉の足数2をかけますと100となり、これは、全ての動物が雉の場合の全足数を示しています。実際の足数は132本なので、これから100を引きます。

$$132 - 100 = 32$$

この差は、先にすべての動物を雉と仮定したからですね。これを、雉と兔の足数の差の2で割ります。

$$32 \div 2 = 16$$

と、兔は16羽と求められました（ただし、上と同様に、作者の計算ミスですね）。

このように、兔からでも雉からでも、どちらからでもその数を求めることができます。